

Nome: _____

Observação: Escolha quatro (e somente quatro) das cinco questões abaixo para resolver.**(1ª questão)** (2,5 pontos)(a) (1,0 ponto) Mostre que $\vec{\nabla} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) - \vec{A} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B})$

(b) (1,5 pontos) Mostre que

$$\vec{\nabla}' \left(\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) = \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3}, \quad (1)$$

onde

$$\begin{aligned} \vec{r} &= x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}, \\ \vec{r}' &= x'\hat{i} + y'\hat{j} + z'\hat{k}, \\ \vec{\nabla}' &= \hat{i}\frac{\partial}{\partial x'} + \hat{j}\frac{\partial}{\partial y'} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z'}. \end{aligned} \quad (2)$$

(2ª questão) (2,5 pontos)

O potencial na superfície de uma esfera de raio R é dado por $V_0 = k \cos(3\theta)$, onde k é uma constante. Assuma que não existe carga dentro ou fora da esfera.

(a) (1,0 ponto) Escreva V_0 como uma combinação linear de polinômios de Legendre.

(b) (1,5 pontos) Encontre o potencial dentro e fora da esfera.

(3ª questão) (2,5 pontos)

Suponha que uma região inteira abaixo do plano $z = 0$ é preenchida com um material dielétrico linear uniforme caracterizado por uma constante dielétrica ϵ_r . Uma carga pontual q está situada em uma distância d acima da origem sobre o eixo z .

(a) (1,5 pontos) Determine o potencial elétrico $V(x, y, z)$ nas regiões $z > 0$ e $z < 0$.(b) (1,0 ponto) Determine a força $\vec{F}$ exercida pelo plano sobre a carga q .

(4ª questão) (2,5 pontos)

O esquema abaixo ilustra um dispositivo conhecido como espectrômetro de massa. Íons positivos provenientes de uma fonte passam através das fendas S_1 e S_2 , formando um feixe estreito. A seguir, o feixe passa por um seletor de velocidades, o qual é constituído de uma região com campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ ortogonais entre si (tome que $\vec{E} = E\hat{i}$ e que $\vec{B} = B\hat{k}$). O seletor de velocidades permite que apenas íons com uma certa velocidade consigam atravessá-lo sem deflexão.

(a) (1,0 ponto) Determine o vetor velocidade dos íons selecionados pelo seletor, ou seja, capazes de atravessá-lo sem deflexão. Escreva o resultado em termos dos campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$.

(b) (1,5 pontos) Os íons que atravessam o seletor de velocidades passam pela fenda S_3 e entram então em uma região preenchida por um campo magnético $\vec{B}'$ (ver figura). O campo magnético irá defletir as partículas ao longo de um arco circular com raio R (note que partículas com massas distintas são defletidas com raios distintos). Sabendo que o íon é formado por um átomo que perdeu um elétron, determine a massa do íon em termos do raio de deflexão R , da carga do íon e dos campos $\vec{E}$, $\vec{B}$ e $\vec{B}'$.



(5ª questão) (2,5 pontos)

Uma esfera de material magnético linear com susceptibilidade χ_m é colocada em um campo magnético originalmente uniforme $\vec{B}_0$. Determine o novo campo magnético dentro da esfera.

Dado útil: A solução geral da equação de Laplace $\nabla^2 W = 0$, assumindo-se simetria esférica, é

$$W(r, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \left[\left(A_l r^l + B_l r^{-(l+1)} \right) P_l(\cos \theta) \right],$$

com o polinômio de Legendre $P_l(\cos \theta)$ podendo ser obtido através fórmula de Rodrigues

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \left(\frac{d}{dx} \right)^n (x^2 - 1)^n.$$